

Modèles polytomiques issus de la théorie de la réponse à l'item

Gilles Raïche, UQAM

6 mai 2013

Acfas, colloque 631

Méthodes statistiques et statistiques publiques : éléments clés pour la recherche et la gouvernance

Université du Québec à Montréal

Collectif pour les développements et les application en mesure et évaluation (Cdame)

<http://www.Cdame.uqam.ca>



CONTENU DE L'ATELIER

- Contextes d'application
- Corrélations de Pearson, tétrachoriques et polychoriques
- Variables sous-jacentes
- Rappel sur les modélisations dichotomiques
- Exemple à l'appui : échelle de perception des pratiques d'évaluation des apprentissages en salle de classe
- Modélisations polytomiques
 - Modélisation graduée
 - Modélisation par crédit partiel
 - Modélisation par échelle d'appréciation (*rating scale*)
 - Modélisation nominale
- Références

CONTEXTES D'APPLICATION

- Évaluation
 - des apprentissages
 - des programmes
 - des enseignements
- Échelles de mesure : valeurs, traits, etc.
- Dans tous les cas, on a :
 - une variable manifeste (dichotomique ou polytomique)
 - une ou des variables continues, mais latentes

CORRÉLATIONS

- Coefficient de Pearson
 - Deux variables continues
- Coefficient tétrachorique
 - Deux variables dichotomisées qui sous tendent une ou des variables continues latentes
- Coefficient polychorique
 - Deux variables polychotomisées et ordinales qui sous tendent une ou des variables continues latentes

VARIABLES MANIFESTES ET SOUS-JACENTES

- Variables manifestes
 - Continues
 - Discrètes
 - Uni ou multivariées (si polytomiques)

- Variables latentes
 - Continues (traits latents, θ)
 - Discrètes (classes latentes, π)
 - Uni ou multivariées

EXEMPLE

Échelles de perception par les étudiants des pratiques d'évaluation des apprentissages en salle de classe : planification, intégration, équité et authenticité (PIEA)

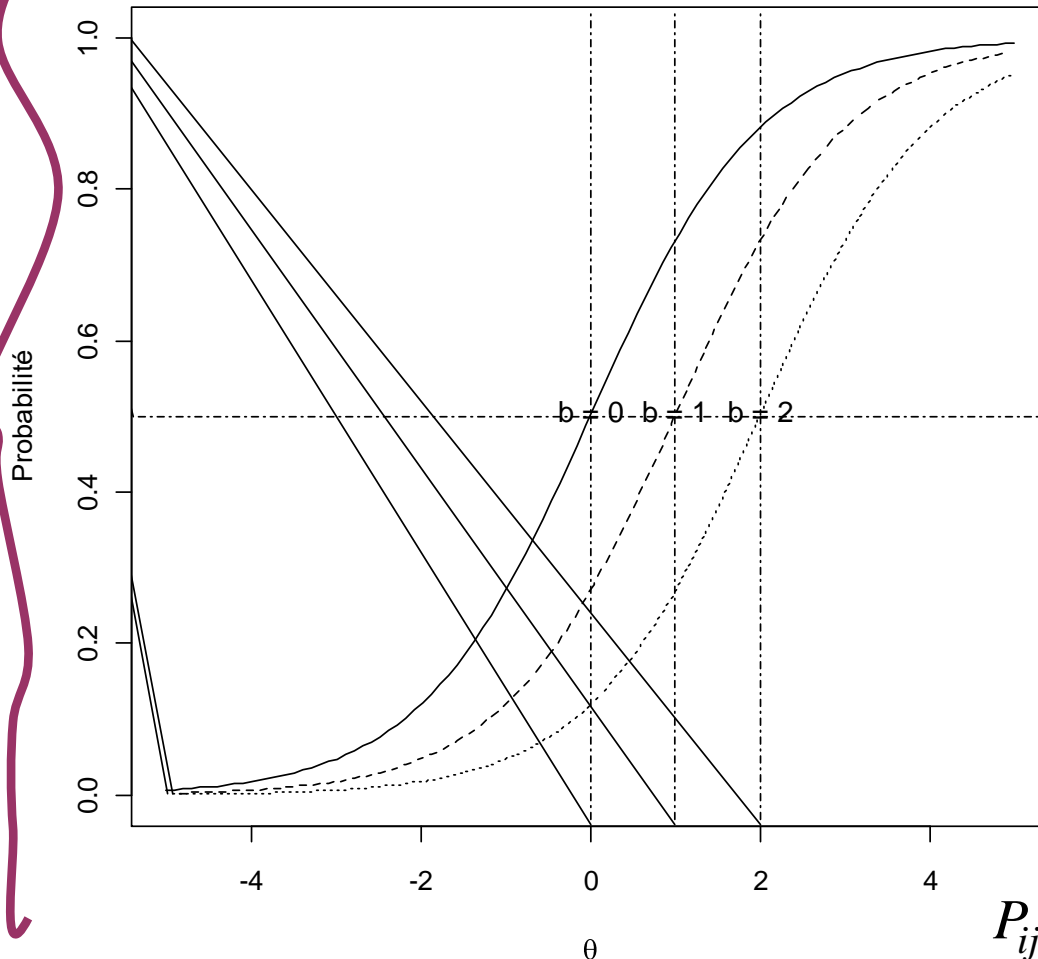
- Échelle de planification (échelle 1)
 - 1) Mon enseignant utilise des tâches d'évaluation qui sont utiles pour moi.
 - 2) Mon enseignant m'informe à l'avance des tâches d'évaluation où je dois collaborer avec d'autres étudiants.
 - 3) Mon enseignant a prévu des tâches d'évaluation variées.
 - 4) Au début de l'étape (session, trimestre), mon enseignant vérifie ce que je sais déjà.
 - 5) Mon enseignant m'informe des tâches d'évaluation au même moment que les tâches d'apprentissage.
 - 6) Mon enseignant ajuste les tâches d'évaluation en fonction des apprentissages des étudiants.

RAPPEL SUR LES MODÉLISATIONS DICHOTOMIQUES (LOGISTIQUES) (1/5)

- Postulats
 - Indépendance locale
 - Invariance des paramètres par rapport aux items et aux personnes
 - Linéarisation : $\text{logit} = \log(p/(1 - p)) = a + bx$
- Modélisations basées sur une loi logistique : logit
 - Logistique de Rasch (1PL) (Rasch, 1960)
 - Logistique à deux paramètres (2PL) (Lord, 1968)
 - Logistique à 3 Paramètres (3PL) (Birnbbaum, 1968)
 - Logistique à 4 Paramètres (4PL) (McDonald, 1967)
- Modélisations basées sur une loi normale : probit

RAPPEL SUR LES MODÉLISATIONS DICHOTOMIQUES (LOGISTIQUES) (2/5)

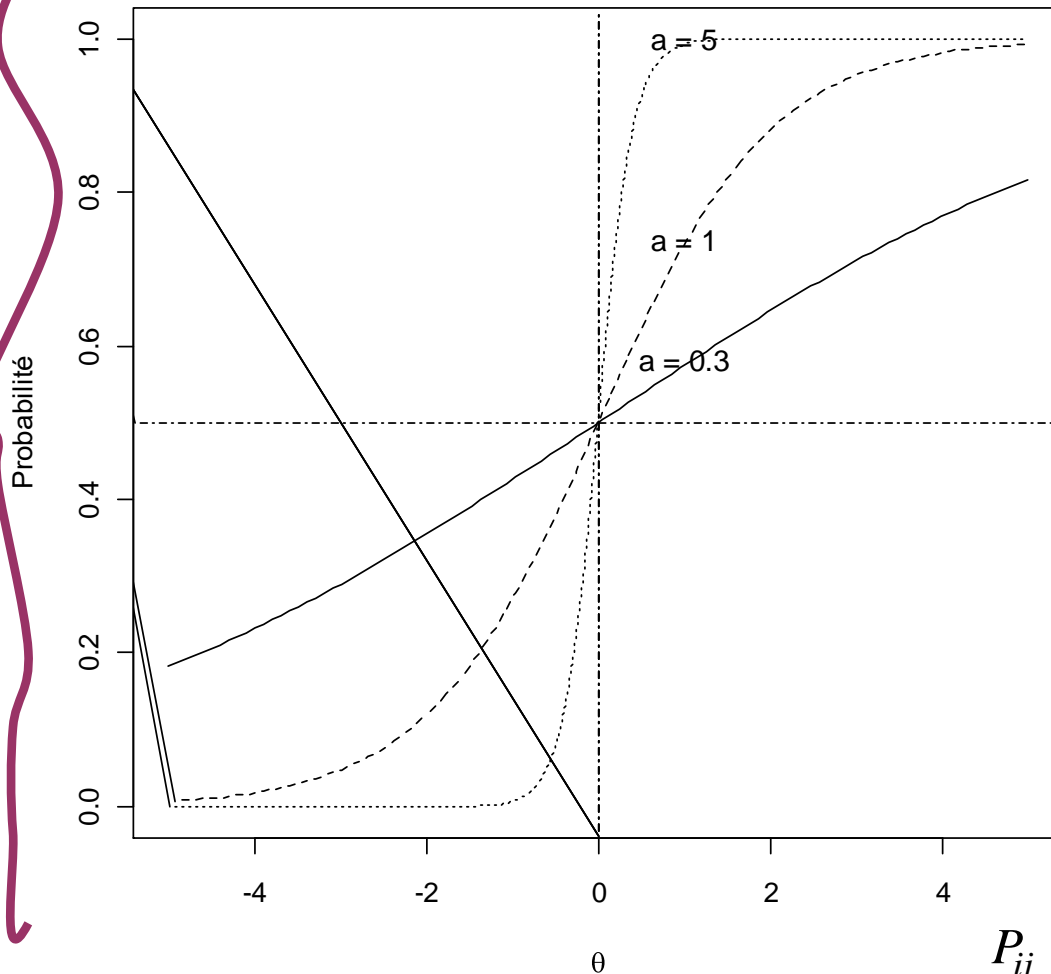
1 PL



$$P_{ij} = P(X_{ij} = 1 | \theta_j, b_i) = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_j - b_i)}}$$

RAPPEL SUR LES MODÉLISATIONS DICHOTOMIQUES (LOGISTIQUES) (3/5)

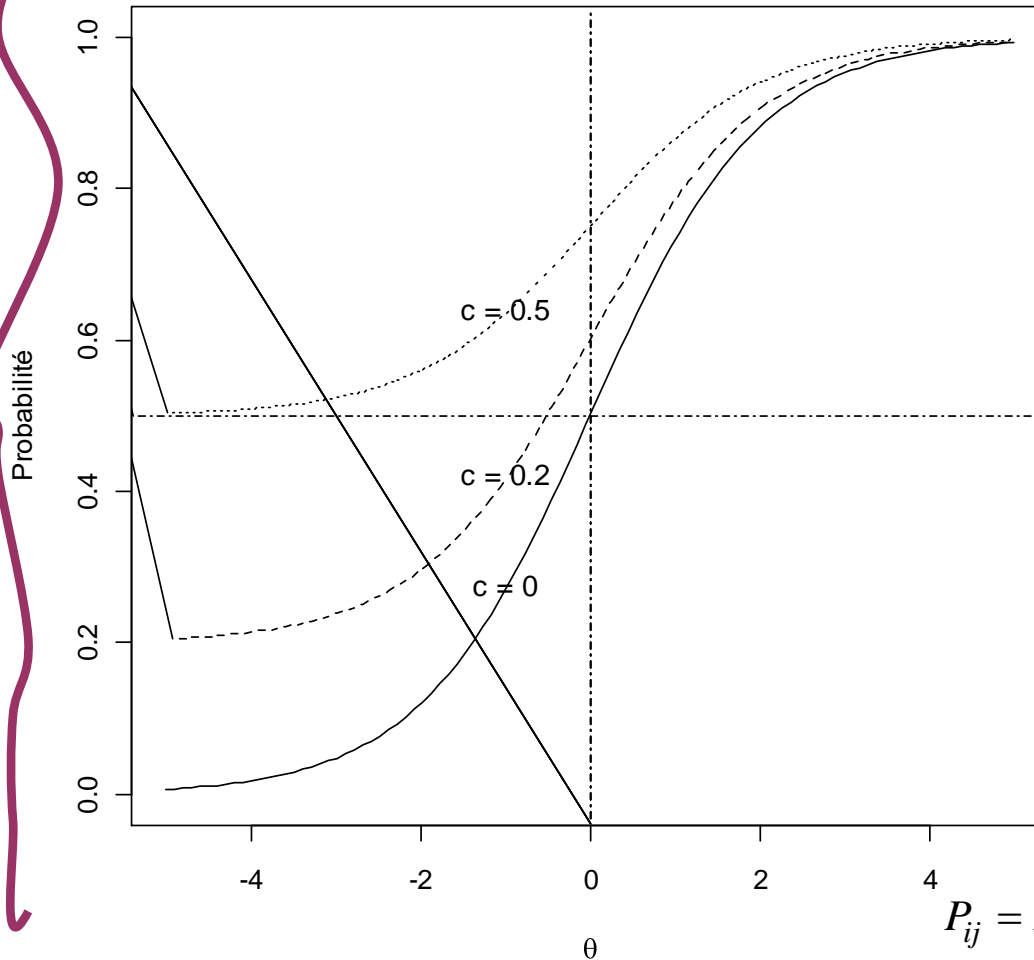
2 PL



$$P_{ij} = P(X_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i) = \frac{1}{1 + e^{-a_i(\theta_j - b_i)}}$$

RAPPEL SUR LES MODÉLISATIONS DICHOTOMIQUES (LOGISTIQUES) (4/5)

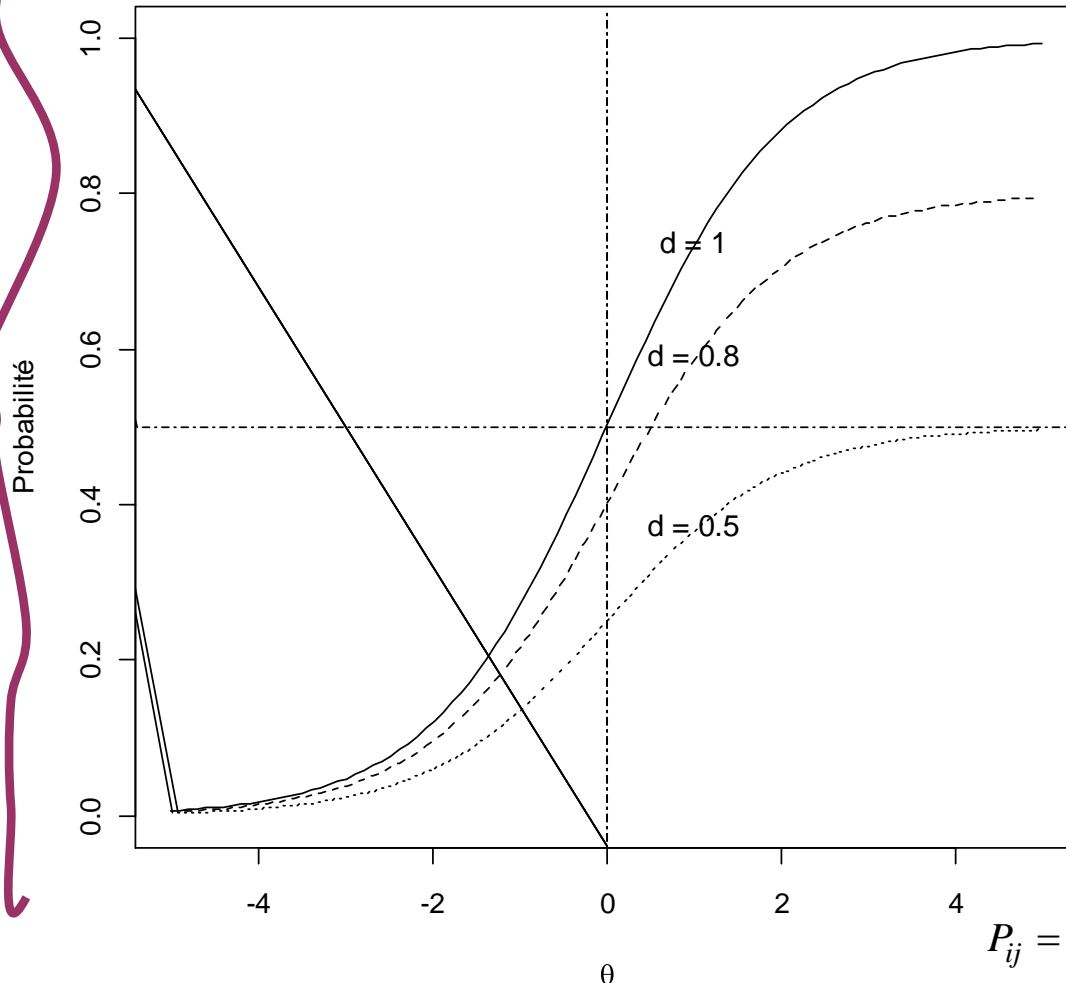
3 PL



$$P_{ij} = P(X_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i, c_i) = c_i + \frac{(1 - c_i)}{1 + e^{-a_i(\theta_j - b_i)}}$$

RAPPEL SUR LES MODÉLISATIONS DICHOTOMIQUES (LOGISTIQUES) (5/5)

4 PL

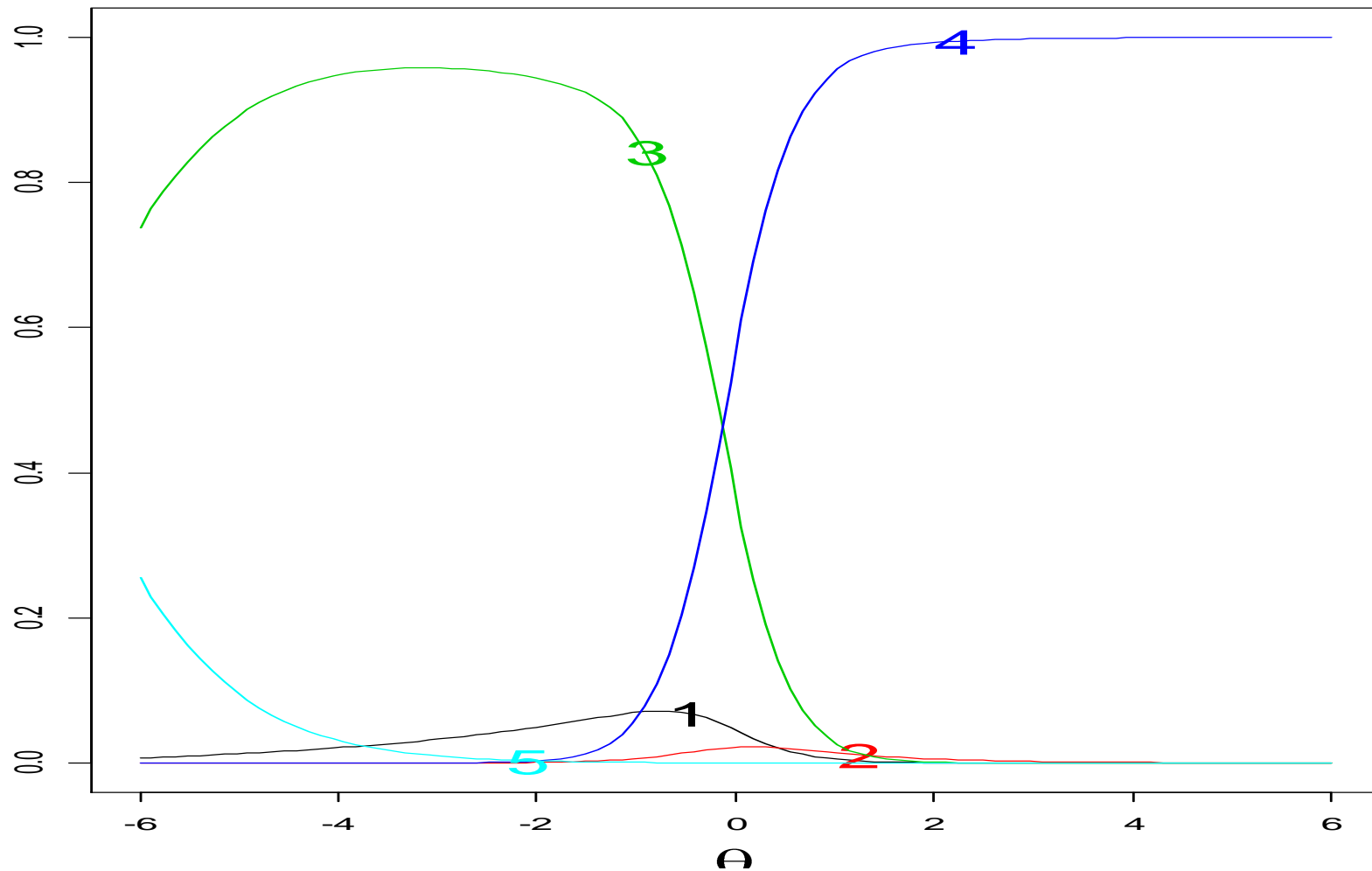


$$P_{ij} = P(X_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i, c_i, d_i) = c_i + \frac{(d_i - c_i)}{1 + e^{-a_i(\theta_j - b_i)}}$$

MODÉLISATIONS POLYTOMIQUES

- Réponses polytomiques nominales (*baseline category logit*)
 - Nominale (Bock, 1972)
 - Nominale avec pseudo chance (Samejima, 1979)
 - Extension de Thissen et Sternberg (Thissen, 1991)
 - $\text{logit} = \log(p_i/p_j) = a + bx$
- Réponses polytomiques ordonnées
 - Graduée (Samejima, 1969) (logit cumulatif)
$$\text{logit} = \log\left(\frac{p(x \leq j)}{1 - p(x \leq j)}\right) = a + bx$$
 - Crédit partiel (Masters, 1982) (Logit à catégories adjacentes)
 - Rating scale (Andrich, 1978)

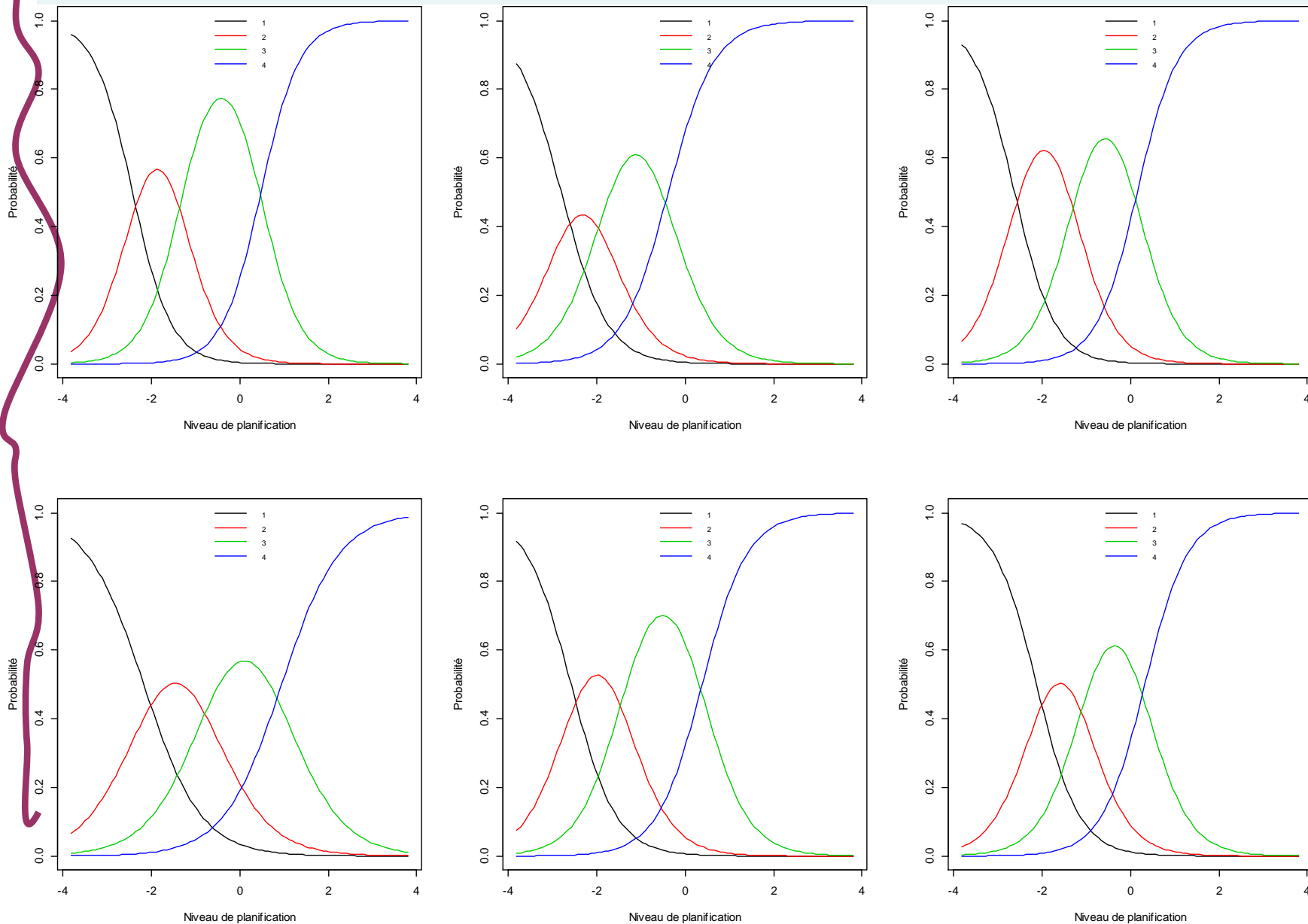
MODÉLISATION NOMINALE (BOCK)



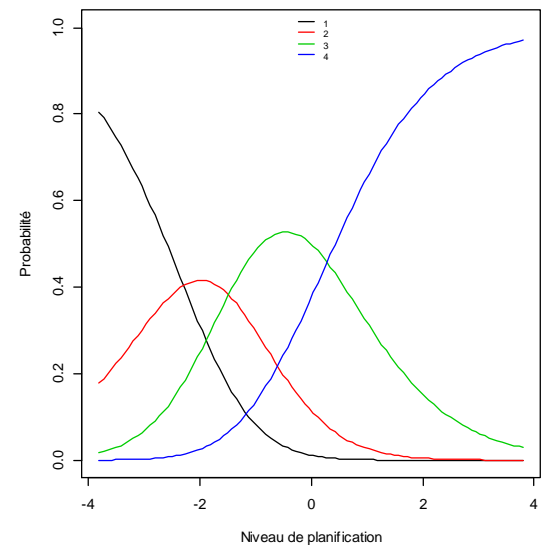
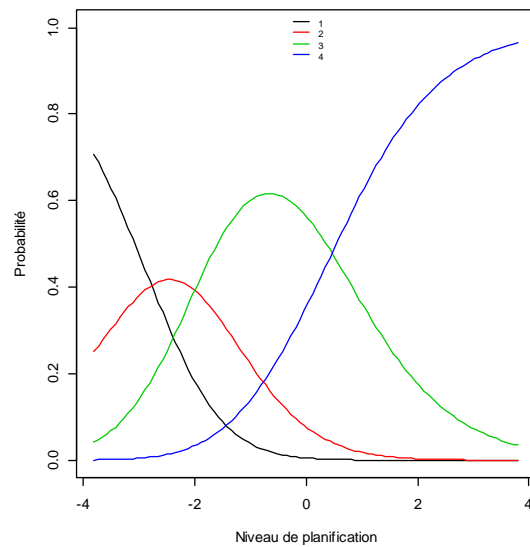
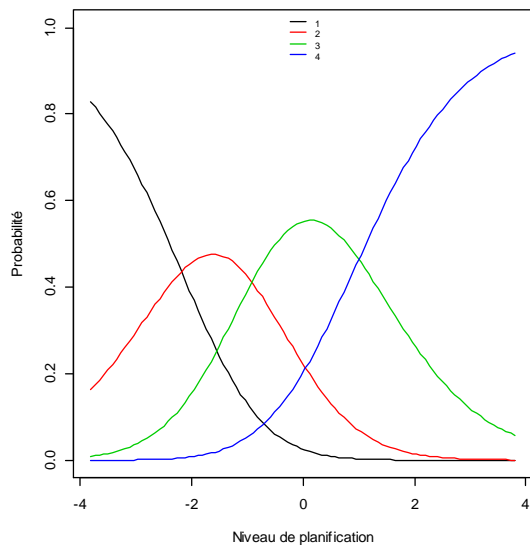
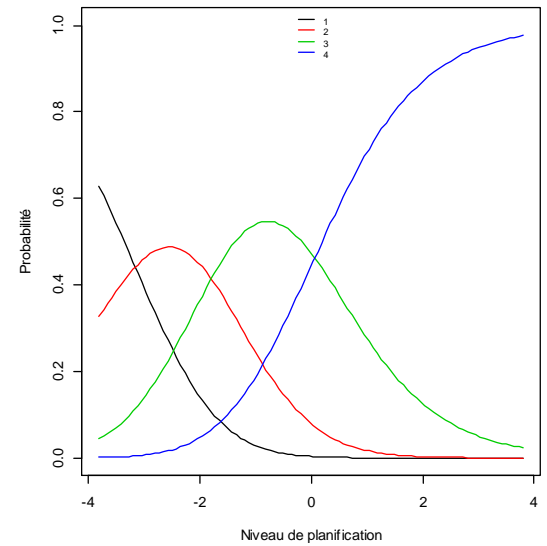
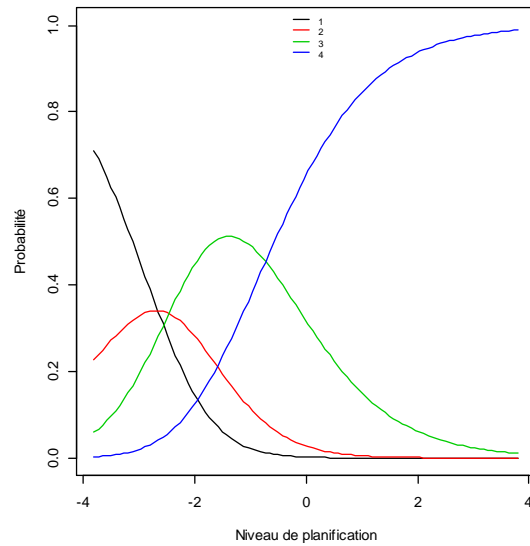
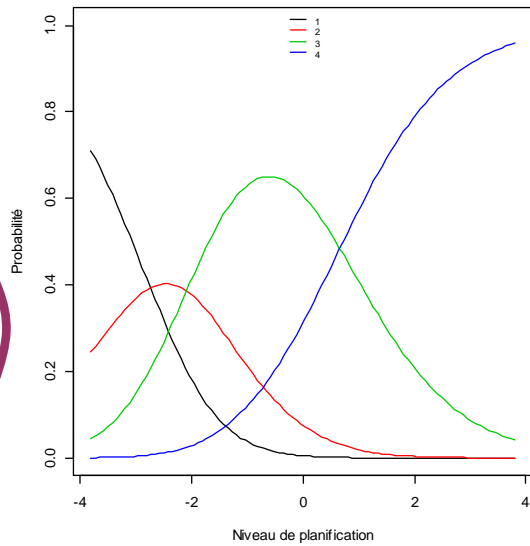
Probability

D

MODÉLISATION GRADUÉE (SAMEJIMA)



MODÉLISATION PAR CRÉDIT PARTIEL (MASTERS)



PARAMÈTRES D'ITEMS

- Échelle de réponses

1) Jamais

2) Rarement

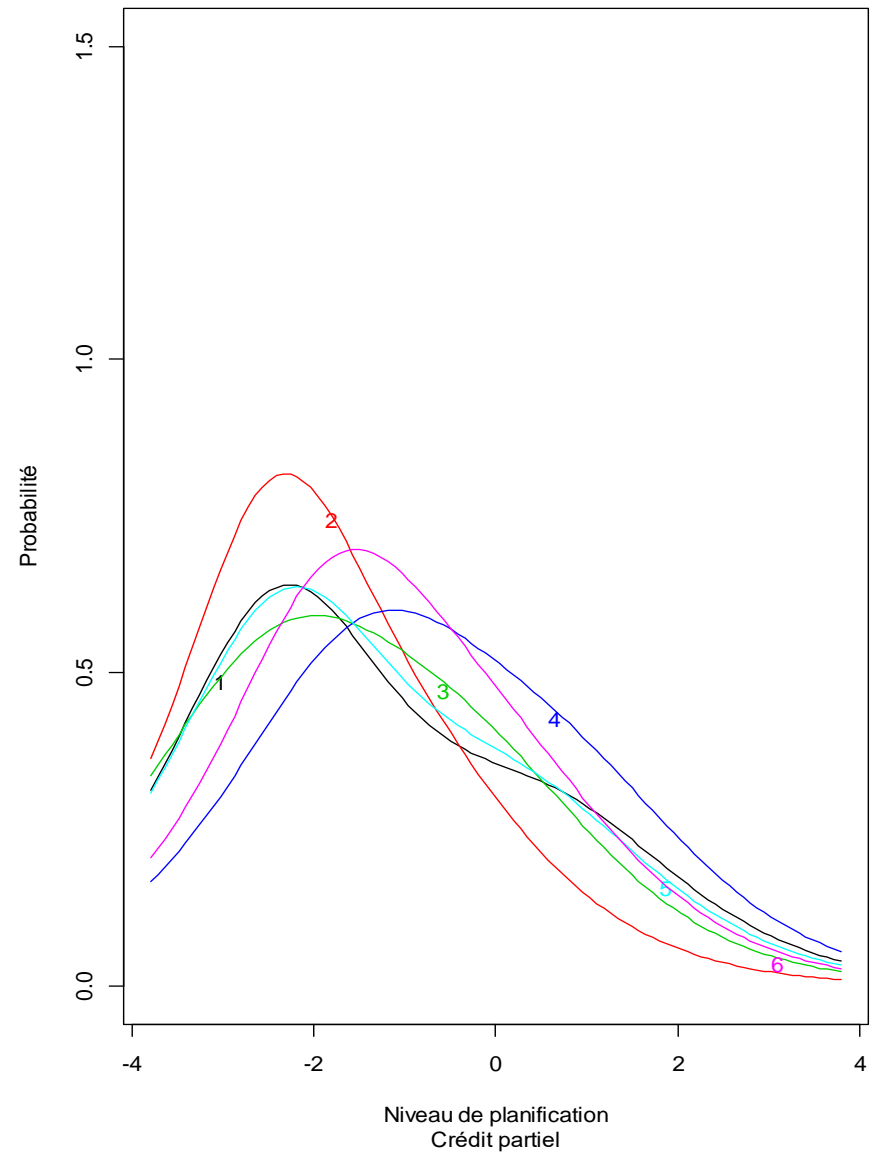
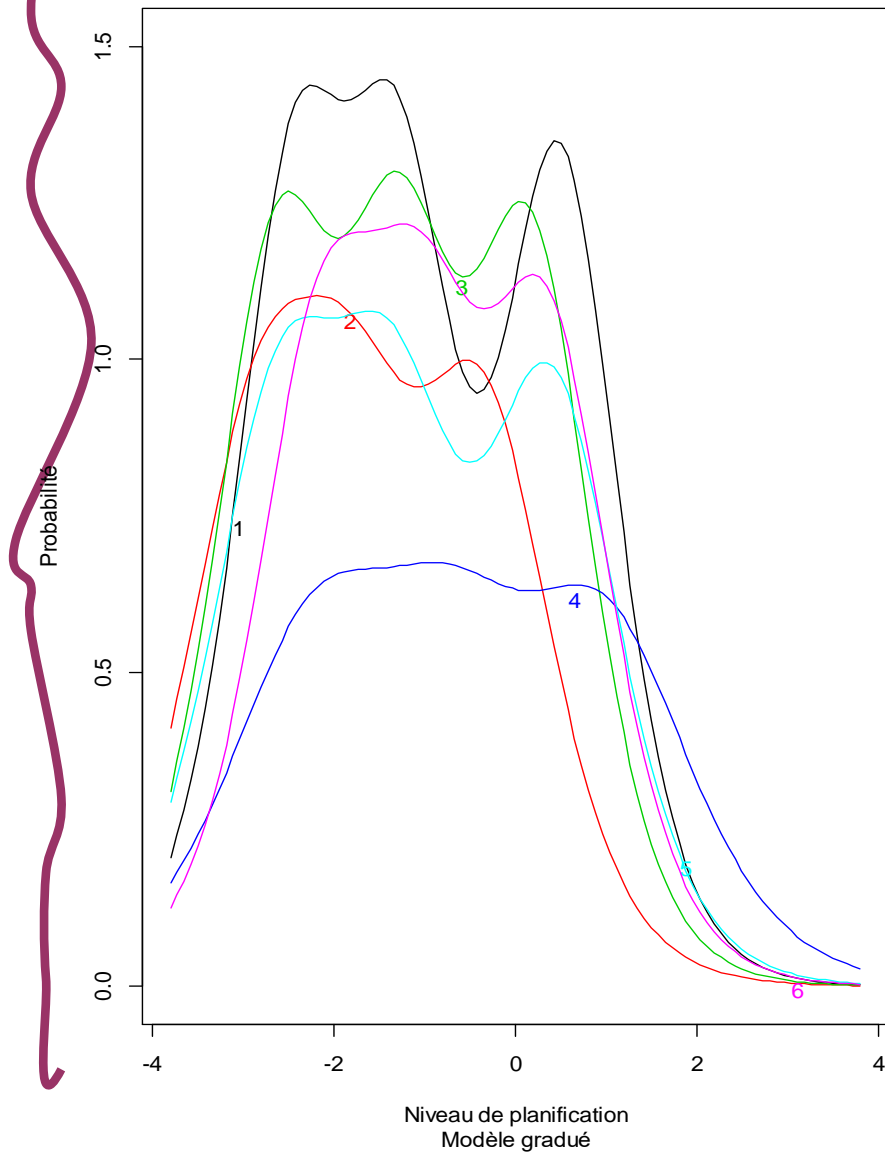
3) Souvent

4) Toujours

Crédit partiel (discrimination constante)						
	P1	P2	P3	P4	P5	P6
b2	-2,73	-2,66	-3,15	-2,18	-2,77	-2,29
b3	-2,09	-2,46	-1,79	-0,91	-1,99	-1,48
b4	0,66	-0,72	0,06	1,00	0,46	0,28
a	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Modèle gradué (discrimination variable)						
	P1	P2	P3	P4	P5	P6
b2	-2,42	-2,80	-2,62	-2,17	-2,58	-2,12
b3	-1,31	-1,84	-1,29	-0,73	-1,38	-1,05
b4	0,42	-0,38	0,15	0,95	0,39	0,33
a	2,30	1,94	2,19	1,54	1,97	2,07

COURBES D'INFORMATION GLOBALES



LOGICIELS ET LIBRAIRIES

- Bilog – Parscale – Testfact – Multilog
- R
 - ltm
 - eRm
 - mirt (dont le modèle nominal)

RÉFÉRENCES

- Baker, F. B. and Kim, S.-H. (2004). *Item response theory. Parameter estimation techniques*. New York, NY: Marcel Dekker.
- Bertrand, R. et Blais, J.-G. (2004). *Modèles de mesure. L'apport de la théorie des réponses aux items*. Ste-Foy, QC : Presses de l'Université du Québec.
- De Boeck, P. and Wilson, M. (2004). *Explanatory item response models. A generalized linear and nonlinear approach*. New York, NJ: Springer.
- Embretson, S. E. and Reise, S. P. (2000). *Item response theory for psychologist*. Mahwah, NJ: LEA.

CONTACT

- Gilles Raîche
 - <http://www.Cdame.uqam.ca>
 - Raiche.Gilles@uqam.ca